2026 年度

佐賀大学大学院入学試験問題

一般入試

理工学研究科

物理学コース

力学，電磁気学

――――――――――――――――― 解答上の注意事項 ―――――――――――――――――

1　「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。

2　「解答始め」の合図があったら，全ての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。

3　問題の解答は，別に指示がある場合を除き，所定の解答欄に記入すること。

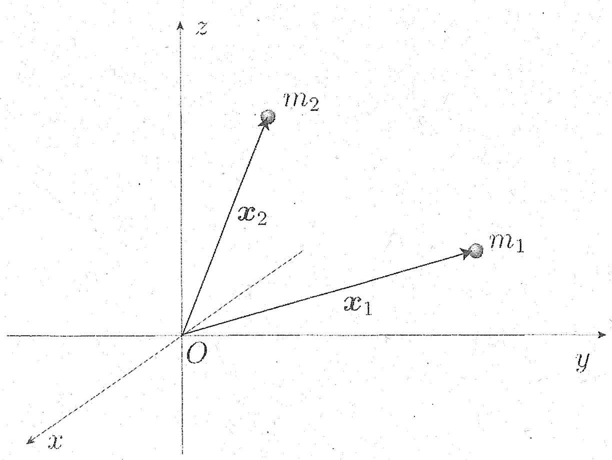
4　試験時間中，試験問題の内容について質問がある場合は，手をあげて監督者に申し出ること。

5　その他，監督者の指示に従うこと。

科目名	力学

物理学　　コース

下の図のように，3次元空間内で質量 m_1 の質点1と質量 m_2 の質点2とが，互いに**万有引力だけ**を作用し合いながら運動している系を考える。万有引力定数を G として，以下の問いに答えよ。



(1) 時刻 t における質点1の位置ベクトル $\boldsymbol{x}_1(t) = (x_1(t), y_1(t), z_1(t))$，質点2の位置ベクトル $\boldsymbol{x}_2(t) = (x_2(t), y_2(t), z_2(t))$ を力学変数として，この系のラグランジアンを書け。

(2) 時刻 t における2つの質点の重心の位置ベクトル $\boldsymbol{X}(t) = \dfrac{m_1\boldsymbol{x}_1(t) + m_2\boldsymbol{x}_2(t)}{m_1 + m_2}$ と質点2を基準とする相対的な位置ベクトル $\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_1(t) - \boldsymbol{x}_2(t)$ を用いて (1) のラグランジアンを書き表せ。

(3) (2) のラグランジアンから，相対的な位置ベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ に対する運動方程式を導出せよ。

(4) この系の保存量を全て求め，$\boldsymbol{X}(t)$ と $\boldsymbol{x}(t)$，及びそれらの時間微分を用いて表せ。

(5) (2) のベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ の各成分を3次元極座標 $r(t)$，$\theta(t)$，$\phi(t)$ を用いて表し，(2) のラグランジアンを書き換えよ。ただし，(x, y, z) と (r, θ, ϕ) には $x = r\sin\theta\cos\phi$，$y = r\sin\theta\sin\phi$，$z = r\cos\theta$ の関係があるとする。

(6) (5) のラグランジアンから，$r(t)$，$\theta(t)$，$\phi(t)$ に対する運動方程式を導出せよ。

科目名	電磁気学

物理学 コース

[I]　xy 平面上の点$(0, a)$と点$(0, -a)$に正の電気量 q をもつ点電荷がそれぞれ固定されている。以下の問いに答えよ。ただし，真空の誘電率をε_0，電子の質量を m，電子の電気量を$-e$ とする。

(1) 位置（$x, 0$）での静電ポテンシャルを求めよ。ただし，無限遠をポテンシャルの基準点とする。

(2) 電子を x 軸上の位置（$x, 0$）に静かに置いたとき，電子の受ける力を求め，x 軸成分と y 軸成分に分けて答えよ。

(3) $|x| \ll a$の場合，(2)の力を x の 1 次まで近似し，（$x, 0$）に置いてから$(-x, 0)$に運動するまでの時間を求めよ。

[II]　位置$\boldsymbol{r}'$にある電流素片$I d\boldsymbol{l}'$が位置$\boldsymbol{r}$に作る磁束密度$d\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$は$d\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\boldsymbol{l}' \times (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}$で与えられる。ここで，$\mu_0$は真空の透磁率である。導線を流れる直流電流によって作られる磁束密度を考え，以下の問いに答えよ。

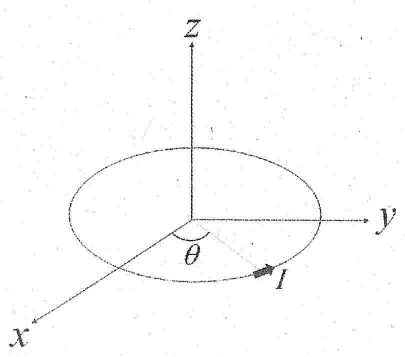


図 1

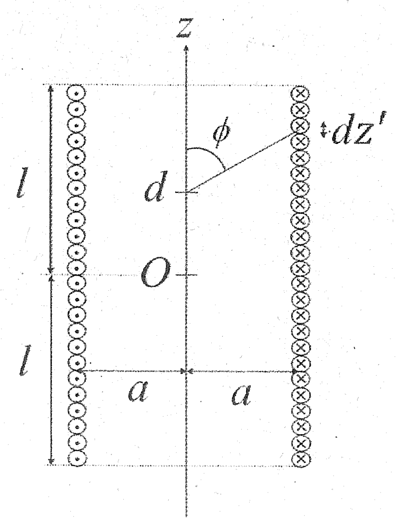


図 2

(1) 図 1 のように，原点を中心とし，xy 平面上に置かれた半径 a の円周上を電流 I が矢印のように流れているとき，x 軸から角度θの位置にある大きさ$I a d\theta$の電流素片が z 軸上の点$(0, 0, z)$に作る磁束密度の z 軸成分を求めよ。

(2) （1）の電流 I が z 軸上の点$(0, 0, z)$に作る磁束密度を x, y, z 軸成分に分けてそれぞれ求めよ。

(3) 円筒状に密に巻いたコイルを電磁石として使える。図 2 のように，コイルの中心軸を z 軸，コイルの中心を原点にとる。単位長さ当たりの巻き数 n，断面の半径 a，長さ $2l$ のコイルに電流 I を流しているとき，z'と$z' + dz'$の間にある円電流がコイルの中心軸上の位置$(0, 0, d)$に作る磁束密度の大きさを求めよ。

(4) コイルの中心軸上の位置$(0, 0, d)$での磁束密度の大きさを求めよ。ここで，$z' - d = a\dfrac{\cos\phi}{\sin\phi}$という変数変換を行い，$dz' = -a\dfrac{1}{\sin^2\phi}d\phi$となることを用いてもよい。

(5) $l \to \infty$の場合，位置$(0, 0, d)$での磁束密度の大きさを求めよ。

2026 年度

佐賀大学大学院入学試験問題

一般入試

理工学研究科

物理学コース

量子力学，統計力学

―――――――――――――――――― 解答上の注意事項 ――――――――――――――――――

1　「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。

2　「解答始め」の合図があったら，全ての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。

3　問題の解答は，別に指示がある場合を除き，所定の解答欄に記入すること。

4　試験時間中，試験問題の内容について質問がある場合は，手をあげて監督者に申し出ること。

5　その他，監督者の指示に従うこと。

科目名	量子力学

物理学 コース

[I] 質量 m の粒子について，ポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & (x < -a) \\ 0 & (-a \leq x \leq a) \\ V_0 & (a < x) \end{cases}$$

（ここで，$V_0(>0)$ は定数）のもとでの 1 次元の運動を考える。粒子のエネルギー固有値 E についての固有関数 $\phi(x)$ は，以下の時間に依存しないシュレーディンガー方程式

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + V(x)\phi(x) = E\phi(x)$$

（$\hbar$ はプランク定数 h により $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ で与えられる定数）に従う。束縛状態を考え，$E < V_0$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 領域 (i) $x < -a$, (ii) $-a \leq x \leq a$, (iii) $a < x$ においてシュレーディンガー方程式を解き，それぞれの領域における一般解 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 を

$$\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}, \qquad \beta = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

で定義される α, β を用いて表せ。必要な定数は適宜定義せよ。

(2) 束縛状態を考えるとき，波動関数 ϕ_1 が $x \to -\infty$ で満たすべき条件，ϕ_3 が $x \to +\infty$ で満たすべき条件をそれぞれ答えよ。

(3) 1 次元の束縛状態においては，固有関数は縮退しない。このとき，ポテンシャルが $V(x) = V(-x)$ を満たすならば，固有関数は偶関数 $\phi(x) = \phi(-x)$，もしくは，奇関数 $\phi(x) = -\phi(-x)$ となることを示せ。

いま考えているポテンシャルは $V(x) = V(-x)$ を満たすため，(3) で示したように固有関数は偶関数，もしくは，奇関数となる。よって，$x \geq 0$ の解を求めれば $x < 0$ の解も得られる。以下では，固有関数が偶関数の場合を考える。

(4) 波動関数 ϕ_2, ϕ_3 が領域 (ii), (iii) の境界 $x = a$ で満たすべき条件を書け。

(5) (2), (4) の条件から導かれる α, β が満たす関係式を $\tan(\alpha a)$ を含む形で求めよ。また，$\alpha^2 + \beta^2$ を V_0 を含む式で表せ。

(6) 偶関数の束縛状態が一つのみ存在するとき，V_0 が満たす条件を求めよ。

[II] 1次元で実ポテンシャル $V(x)$ のもとで運動する1粒子の固有関数を $\psi(t,x)$ とする。$\psi(t,x)$ はシュレーディンガー方程式

$$i\hbar\frac{\partial\psi(t,x)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\psi(t,x)$$

に従う。以下の問いに答えよ。

(1) $\rho(t,x)$, $j(t,x)$ をそれぞれ

$$\rho(t,x) \equiv |\psi(t,x)|^2 , \qquad j(t,x) \equiv \frac{\hbar}{2im}\left(\psi^*(t,x)\frac{\partial\psi(t,x)}{\partial x} - \psi(t,x)\frac{\partial\psi^*(t,x)}{\partial x}\right)$$

と定義すると，$\rho(t,x)$, $j(t,x)$ はそれぞれ確率密度，確率の流れの密度と解釈できる。$\rho(t,x)$ と $j(t,x)$ の間に

$$\frac{\partial\rho(t,x)}{\partial t} + \frac{\partial j(t,x)}{\partial x} = 0$$

が成り立つことを示せ。

(2) 以下の積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, |\psi(t,x)|^2$$

が時間に依らないことを示せ。ただし，$\psi(t,x)$ は無限遠方で0に収束するとする。

科目名	統計力学

物理学　　　コース

N 個の独立な，互いに区別し得る粒子から成る系がある。各粒子は ϵ (>0), $-\epsilon$ の二つのエネルギー準位をとり得るとする。粒子系全体のエネルギーは，一般に，$E = M\epsilon$ $(M = -N, -N+2, -N+4, \ldots, N)$ と表すことができる。いま，ϵ の準位に N_+ 個の粒子が，$-\epsilon$ の準位に $N - N_+$ 個の粒子がいるとし，N_+ と $N - N_+$ は，ともに 1 よりも十分に大きな数であるとする。ボルツマン定数を k として以下の問いに答えよ。

(1) M を N_+, N であらわせ。

(2) 微視的状態数 W を N_+, N であらわせ。

(3) エントロピー S を N_+, N, k であらわせ。ただし，N，N_+，$N - N_+$ を含む対数に対し，以下の近似を適用せよ。

$$\log N! \simeq N(\log N - 1) \qquad (N \gg 1)$$

以下では，(3) で求めた S を用いよ。

(4) $\dfrac{1}{T} = \dfrac{dS}{dE}$ の関係から，温度 T を N_+, N, ϵ, k であらわせ。

(5) $T \to \infty$ のときの N_+ と N の関係を書け。

(6) 粒子 1 個あたりの平均エネルギーを ϵ, k, T であらわせ。