

前期日程

令和 8 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 4点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 1, 0)$, $B(\sqrt{5}, 0, \sqrt{11})$, $C(0, 0, 12\sqrt{5})$ がある。点 C から平面 OAB に垂線を下ろし、交点を H とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおくとき、次の問に答えよ。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を求め、 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OH}$ を $s\vec{a} + t\vec{b}$ と表すとき、実数 s, t の値を求めよ。さらに、点 H の座標を求めよ。
- (3) 線分 CH の長さを求め、四面体 $OABC$ の体積を求めよ。

2

赤玉2個と白玉8個が入っている袋から、玉を1個取り出し、色を調べてからもとに戻す試行を繰り返す。この試行を何回か繰り返したとき、赤玉が取り出された回数が2以上であれば得点は0になり、それ以外の場合であれば得点は白玉が取り出された回数になる。次の問に答えよ。

- (1) 2回試行を繰り返すとき、得点が0にならない確率を求めよ。また、2回試行を繰り返したときの得点が0でないとき、もう1回試行を行って得点が0にならない条件付き確率を求めよ。
- (2) n 回試行を繰り返したときの、得点の期待値を E_n とする。 E_n を n を用いて表せ。
- (3) (2) の E_n について、 $E_n > E_{n+1}$ を満たす n についての必要十分条件を求め、 E_n が最大となる n の値を求めよ。

3

2つの関数

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 26x - 24, \quad g(x) = |(x-1)(x-3)|$$

を考える。曲線 $y = f(x)$ の $x = 3$ における接線を ℓ とし、 $y = g(x)$ のグラフを C とする。このとき次の問に答えよ。

- (1) $f(2)$ の値を求め、 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。
- (2) 直線 ℓ の方程式を求めよ。さらに、 C と直線 ℓ の共有点の座標をすべて求めよ。
- (3) C と直線 ℓ で囲まれた図形のうち、 ℓ の下側にある部分の面積を求めよ。

4 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{19x - 10}{x + 8}$$

で定めるとき、定数 α, β は、方程式 $f(x) = x$ の解で $\alpha < \beta$ を満たすものとする。次の問に答えよ。

(1) α, β の値を求めよ。また、 $\alpha < x < \beta$ のとき、 $\alpha < f(x) < \beta$ が成り立つことを示せ。

(2) 等式

$$\frac{f(x) - \beta}{f(x) - \alpha} = r \frac{x - \beta}{x - \alpha}$$

がすべての x について成り立つような定数 r の値を求めよ。

(3)

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で数列 $\{a_n\}$ を定め、

$$b_n = \frac{a_n - \beta}{a_n - \alpha}$$

とおくとき、数列 $\{b_n\}$ および $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、

$$|a_n - \beta| < 1$$

を満たす n の範囲を求めよ。

