本 2025

前期日程

令和７年度入学試験問題（前期日程）

数　　学

（理工学部）

——— 解答上の注意事項 ———

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。

2. 問題冊子１冊および解答紙４枚がある。解答紙は１枚ずつ切り離して使用すること。

3. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで４問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。

4. 解答は，できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は，表面の右下に「裏面に続く」と書き，解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。

5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙４枚すべてを提出すること。

6. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$　1から6の目が1つずつ書いてあるが，$k=1,2,3,4,5,6$ について，k の目が出る確率が，1の目が出る確率の k 倍であるさいころを考える。次の問に答えよ。

(1) このさいころを1回投げたとき，3の目が出る確率を求めよ。

(2) n を2以上の自然数とする。このさいころを n 回投げたとき，3の目が2回以上出る確率を n を用いて表せ。

(3) このさいころを2回投げて出る目の和が偶数になるとき，3の目が1回以上出る条件付き確率を求めよ。

$\boxed{2}$ 　Oを原点とする座標空間上に3点 $\mathrm{A}(1,0,0)$，$\mathrm{B}(0,2,0)$，$\mathrm{C}(0,0,1)$ をとり，点Cを中心とする半径1の球面を S とする。点Pが S 上を動くとき，次の問に答えよ。

(1) 球面 S の方程式を求めよ。

(2) 点 $\mathrm{Q}(a,b,c)$ は，点Pのとり方によらず，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}=2$ を満たすとする。定数 a,b,c の値を求めよ。

(3) 点Pが S 上を動くときの，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ と $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2$ の最大値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{3}$ n を 0 以上の整数とする。次の問に答えよ。

(1) 関数 $y = \dfrac{(\log x)^{n+1}}{x}$ $(x > 1)$ の極値を n を用いて表せ。

(2) (1) の結果を用いて，$\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{(\log x)^n}{x} = 0$ を示せ。

(3) 極限値

$$\lim_{x\to\infty} \int_1^x \frac{1}{t^2}\,dt$$

を求めよ。また，極限

$$I_n = \lim_{x\to\infty} \int_1^x \frac{(\log t)^n}{t^2}\,dt$$

について，I_n の漸化式を求め，I_n を n を用いて表せ。

$\boxed{4}$ $\alpha = 3 + 4i$ とし，複素数平面上で

$$z\overline{z} - \overline{\alpha}z - \alpha\overline{z} = 0$$

を満たす点 z 全体が表す図形を C とする。次の問に答えよ。

(1) C はどのような図形になるか。

(2) 原点と C 上の 3 点が正方形の 4 つの頂点をなすとき，この 3 点を表す複素数をそれぞれ求めよ。

(3) C 上の点 z について，複素数平面上の 3 点 0，α，z が鈍角三角形の 3 つの頂点をなすとき，複素数 $z = a + bi$ の実部 a がとる値の範囲を求めよ。