

前期日程

令和6年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 平面上に $OA = 4$, $OB = \sqrt{2}$ を満たす $\triangle OAB$ がある。頂点 B から直線 OA に下ろした垂線を BC とする。また、頂点 O から直線 AB に下ろした垂線を OD とする。このとき、点 C は辺 OA を 1 : 3 に内分しているとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおくとき、次の間に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) 実数 s, t を用いて $\overrightarrow{OD} = s\vec{a} + t\vec{b}$ の形に表すとき、 s と t の値を求めよ。さらに、 $|\overrightarrow{OD}|$ の値を求めよ。
- (3) 直線 BC と直線 OD の交点を P とするとき、 $|\overrightarrow{OP}|$ の値を求めよ。

2 座標平面上で、点Pは原点 $(0, 0)$ を出発点とし、1個のさいころを投げて出た目によって次の通りに動くものとする。

出た目が奇数のとき、 x 軸の正の向きに1だけ動く

出た目が2または4のとき、 x 軸の負の向きに1だけ動く

出た目が6のとき、 y 軸の正の向きに1だけ動く

n を2以上の自然数とするとき、次の問に答えよ。

- (1) さいころを n 回投げるとき、点Pの座標が $(1, n-1)$ となる場合は何通りあるか。
- (2) さいころを n 回投げるとき、点Pの座標が $(0, n-2)$ となる場合は何通りあるか。
- (3) さいころを n 回投げるとき、点Pの x 座標が0以上、かつ y 座標が $n-2$ 以上となる場合は何通りあるか。

3 k を定数とする。曲線 $y = e^{\sqrt{x}}$ と直線 $y = kx$ が 1 点 P で接しているとき、次の問に答えよ。

(1) 定数 k の値と点 P の座標を求めよ。

(2) 曲線 $y = e^{\sqrt{x}}$ と直線 $y = kx$ および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

4 複素数平面上に $|\alpha| = 2$ を満たす点 $A(\alpha)$ がある。方程式

$$|z - 1| = \sqrt{2} \quad \dots\dots ①$$

$$|z - \alpha| = \sqrt{5} \quad \dots\dots ②$$

について、次の問に答えよ。

- (1) 複素数平面上で方程式 ① を満たす点 z の全体が表す図形を描け。また、方程式 ① および ② を満たす複素数 z の個数が 2 個であることを示せ。
- (2) 方程式 ① および ② を満たす複素数 z について

$$\bar{z}(\alpha - 1) + z(\bar{\alpha} - 1) = 0$$

が成り立つことを示せ。

- (3) 方程式 ① および ② を満たす異なる 2 つの複素数を β, γ とする。2 点 $B(\beta), C(\gamma)$ と原点 O が一直線上にあることを示せ。また、 $|\beta| = b$ とおくと、 $|\gamma|$ を b を用いて表せ。