

後期日程

令和6年度入学試験問題（後期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 3つのさいころを同時に投げるとき、次の問に答えよ。

- (1) 出た目の合計が15以上になる確率を求めよ。
- (2) 出た目の合計が14以下であったとき、1の目が出たさいころが少なくとも1つある条件つき確率を求めよ。
- (3) 出た目すべての積が4の倍数となる確率を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 100, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。次の問に答えよ。

(1) $\alpha = \sqrt{\alpha + 2}$ を満たす α の値を求めよ。

(2) n を自然数とする。(1) の α について、不等式

$$a_n > a_{n+1} > \alpha$$

を数学的帰納法によって証明せよ。

(3) $a_n > 3$ を満たす自然数 n のうち、最大のものを求めよ。

(4) (1) の α について、不等式

$$a_{n+1} - \alpha < \frac{1}{4}(a_n - \alpha)$$

が成り立つことを示せ。さらに、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ を示せ。

3 複素数平面上で、原点および点 $3+i$ を通る直線を l とする。次の問に答えよ。

- (1) 点 z を原点のまわりに $3+i$ の偏角だけ回転した点を w とする。 w を z を用いて表せ。
- (2) 複素数 z と共役な複素数を \bar{z} とし、直線 l に関して点 z と対称な点を z' とする。 z' を \bar{z} を用いて表せ。
- (3) $A(1+i)$, $B(2+i)$ とする。点 P が直線 l 上を動くとき、 $AP+BP$ の最小値と、最小値を与える点 P を表す複素数を求めよ。

4 関数

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

について，次の問に答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。ただし，凹凸，変曲点を調べる必要はないものとする。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。