

前期日程

令和5年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 $a > 0, b > 0$ とする。座標平面上の 3 点 $O(0, 0), A(2a, a), B(b, 2b)$ を頂点とする三角形の重心は直線 $y = -2x + 4$ 上にあるとする。 $\angle AOB$ を θ とおくと、次の問に答えよ。

(1) 直線 OA と x 軸のなす鋭角を α , 直線 OB と x 軸のなす鋭角を β とおく。
 $\sin \alpha, \sin \beta$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\sin \theta$ の値を求めよ。

(3) b を a を用いて表せ。また, a のとりうる値の範囲を求めよ。

(4) a が (3) で求めた範囲を動くとき, $\triangle OAB$ の面積 S の最大値を求めよ。

2 四面体 OABC において、 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} をそれぞれ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} とおく。これらは

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2, \quad |\vec{c}| = \sqrt{3}$$

および

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \quad \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}$$

を満たすとする。頂点 O から $\triangle ABC$ を含む平面に垂線を引き、交点を H とする。次の問に答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{AB}|^2$, $|\overrightarrow{AC}|^2$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 実数 s, t により \overrightarrow{AH} が $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ と表されるとき、 \overrightarrow{OH} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , s, t を用いて表せ。
- (3) (2) の s, t の値をそれぞれ求めよ。
- (4) 四面体 OABC の体積を求めよ。

3 関数 $f(x)$ を $f(x) = x|x - 7|$ で定める。曲線 $y = f(x)$ の点 $P(3, f(3))$ における接線を l とする。次の問に答えよ。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 l の共有点のうち、点 P と異なる点の座標を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 l で囲まれた図形の面積 S の値を求めよ。

4 0 から 3 までの数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカードがある。この中から 1 枚のカードを取り出し、数字を確認してからもとへもどす。これを n 回くり返したとき、取り出されたカードの数字の総和を S_n で表す。 S_n が 3 で割り切れる確率を p_n とし、 S_n を 3 で割ると 1 余る確率を q_n とするとき、次の問に答えよ。

- (1) p_2 および q_2 の値を求めよ。
- (2) p_{n+1} および q_{n+1} を p_n, q_n を用いて表せ。
- (3) p_n および q_n を n を用いて表せ。