

前期日程

令和5年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1  $a > 0, b > 0$  とする。座標平面上の 3 点  $O(0, 0)$ ,  $A(2a, a)$ ,  $B(b, 2b)$  を頂点とする三角形の重心は直線  $y = -2x + 4$  上にあるとする。 $\angle AOB$  を  $\theta$  とおくと、次の問に答えよ。

(1) 直線  $OA$  と  $x$  軸のなす鋭角を  $\alpha$ , 直線  $OB$  と  $x$  軸のなす鋭角を  $\beta$  とおく。  
 $\sin \alpha, \sin \beta$  の値をそれぞれ求めよ。

(2)  $\sin \theta$  の値を求めよ。

(3)  $b$  を  $a$  を用いて表せ。また,  $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(4)  $a$  が (3) で求めた範囲を動くとき,  $\triangle OAB$  の面積  $S$  の最大値を求めよ。

2 四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{OC}$  をそれぞれ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  とおく。これらは

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2, \quad |\vec{c}| = \sqrt{3}$$

および

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \quad \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}$$

を満たすとする。頂点 O から  $\triangle ABC$  を含む平面に垂線を引き、交点を H とする。次の問に答えよ。

- (1)  $|\overrightarrow{AB}|^2$ ,  $|\overrightarrow{AC}|^2$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 実数  $s, t$  により  $\overrightarrow{AH}$  が  $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$  と表されるとき、 $\overrightarrow{OH}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $s, t$  を用いて表せ。
- (3) (2) の  $s, t$  の値をそれぞれ求めよ。
- (4) 四面体 OABC の体積を求めよ。

3 関数  $f(x)$  を  $f(x) = x|x - 7|$  で定める。曲線  $y = f(x)$  の点  $P(3, f(3))$  における接線を  $l$  とする。次の問に答えよ。

- (1) 直線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $l$  の共有点のうち、点  $P$  と異なる点の座標を求めよ。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $l$  で囲まれた図形の面積  $S$  の値を求めよ。

4 0 から 3 までの数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカードがある。この中から 1 枚のカードを取り出し、数字を確認してからもとへもどす。これを  $n$  回くり返したとき、取り出されたカードの数字の総和を  $S_n$  で表す。 $S_n$  が 3 で割り切れる確率を  $p_n$  とし、 $S_n$  を 3 で割ると 1 余る確率を  $q_n$  とするとき、次の問に答えよ。

- (1)  $p_2$  および  $q_2$  の値を求めよ。
- (2)  $p_{n+1}$  および  $q_{n+1}$  を  $p_n, q_n$  を用いて表せ。
- (3)  $p_n$  および  $q_n$  を  $n$  を用いて表せ。