

後期日程

令和5年度入学試験問題（後期日程）

# 数 学

（農学部）

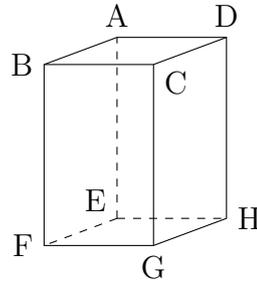
————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1  $0 < a < 1$  とし、座標平面上の 2 点  $A(a, 0)$ ,  $B(1, 0)$  を直径の両端とする円を  $C$  とする。円  $C$  上の点  $P$  における接線は原点  $O$  を通り、かつ  $P$  の  $y$  座標は正であるとする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 円  $C$  の方程式を求めよ。
- (2) 点  $P$  の座標を  $a$  を用いて表せ。
- (3)  $\angle AOP = \frac{\pi}{3}$  となる  $a$  の値を求めよ。

- 2  $0 < a < 2$  とする。  $AB = \sqrt{2-a}$ ,  $AD = \sqrt{a}$ ,  $AE = 2$  である直方体 ABCD-EFGH について、 $\angle AFC$  を  $\theta$  とおく。次の問に答えよ。



- (1)  $\cos \theta$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $a = 1$  のとき、 $\triangle AFC$  の面積  $S$  の値を求めよ。
- (3)  $a = 1$  のとき、 $\triangle AFC$  の内接円の半径  $r$  と外接円の半径  $R$  の値をそれぞれ求めよ。
- (4)  $\tan \theta$  を  $a$  を用いて表せ。また、 $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{4}{3}$  のとき、 $\tan \theta$  のとりうる値の範囲を求めよ。

3

曲線  $C: y = x^3 - x^2$  について、次の問に答えよ。

(1)  $t \neq \frac{1}{3}$  とする。曲線  $C$  の点  $P(t, t^3 - t^2)$  における接線を  $l$  とするとき、直線  $l$  の方程式を求めよ。また、曲線  $C$  と直線  $l$  の共有点のうち  $P$  と異なる点の  $x$  座標を  $u$  とおくとき、 $u$  を  $t$  を用いて表せ。

(2) 数列  $\{a_n\}$  は次の (i), (ii) を満たしているとする。

(i)  $a_1 = 1$

(ii) 曲線  $C$  の点  $P_n(a_n, a_n^3 - a_n^2)$  における接線を  $l_n$  とするとき、曲線  $C$  と直線  $l_n$  の共有点のうち  $P_n$  と異なる点の  $x$  座標が  $a_{n+1}$  である。

このとき、 $a_{n+1}$  を  $a_n$  を用いて表せ。さらに、一般項  $a_n$  を求めよ。

4  $a, b, c$  は実数とし,  $x^3 + ax^2 + bx + c$  を  $f(x)$  とおく。関数  $f(x)$  は  $x = 2$  で極値をとり, 整式  $f(x)$  は  $f(1 - i) = 0$  を満たすとする。ただし,  $i$  は虚数単位とする。次の問に答えよ。

(1)  $a, b, c$  の値をそれぞれ求めよ。

(2) 関数  $f(x)$  の極値を求めよ。

(3) 定積分  $\int_1^2 |f'(x)| dx$  の値を求めよ。