

前期日程

令和4年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（理工学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 座標空間内の 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(2, 2, 0)$, $C(0, 2, 0)$ について

$$OD = AD = BD = CD = 2$$

を満たす点 D で, その z 座標が正, 負になるものを, それぞれ D_1 , D_2 とする。次の問に答えよ。

(1) 2 点 D_1 , D_2 の座標を求めよ。

(2) 点 $P(1, 1, 0)$ と実数 a , b について

$$a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OD_1} - \overrightarrow{OP}$$

が 2 つのベクトル $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OD_1}$ に垂直であるとする。このとき, a , b の値を求めよ。

(3) 6 点 O , A , B , C , D_1 , D_2 を頂点とする正八面体を V とし, V のすべての面に内側から接する球を S とする。このとき, S の半径を求めよ。
また, V の各面と S とのすべての接点を頂点とする凸多面体について, その名称を答え, 各辺の長さを求めよ。

2 n を 5 以上の整数とする。1 枚の硬貨を投げる試行を n 回繰り返すとき、表が出る回数が、ちょうど n 回目の試行で 5 になる確率を p_n とする。次の問に答えよ。

(1) p_6 の値を求めよ。

(2) p_n を n を用いて表せ。

(3) $\frac{p_{n+1}}{p_n}$ を n を用いて表せ。また、 p_n の最大値を求めよ。

3 関数 $f(x) = e^{-x^2}$ について、正の定数 a は $f''(a) = 0$ を満たすとする。次の問に答えよ。

- (1) a の値を求めよ。また、関数 $f(x)$ のグラフの凹凸を調べ、変曲点を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = f(a)$ で囲まれた図形を、 y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

4 複素数 z について, $1, z, z^2$ を表す複素数平面上の点をそれぞれ A, B, C とする。次の問に答えよ。

- (1) 点 A, B, C が正三角形の 3 つの頂点となる z をすべて求めよ。
- (2) 点 A, B, C が直角三角形の 3 つの頂点となるための z に関する条件を求めよ。また, この条件を満たす点 z 全体を図示せよ。