

前期日程

令和4年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は、できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は、表面の右下に「裏面に続く」と書き、解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 座標空間内の4点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(2, 2, 0)$, $C(0, 2, 0)$ について

$$OD = AD = BD = CD = 2$$

を満たす点 D で、その z 座標が正、負になるものを、それぞれ D_1 , D_2 とする。次の問に答えよ。

(1) 2点 D_1 , D_2 の座標を求めよ。

(2) 点 $P(1, 1, 0)$ と実数 a , b について

$$a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OD_1} - \overrightarrow{OP}$$

が2つのベクトル \overrightarrow{OA} , $\overrightarrow{OD_1}$ に垂直であるとする。このとき、 a , b の値を求めよ。

(3) 6点 O , A , B , C , D_1 , D_2 を頂点とする正八面体を V とし、 V のすべての面に内側から接する球を S とする。このとき、 S の半径を求めよ。また、 V の各面と S とのすべての接点を頂点とする凸多面体について、その名称を答え、各辺の長さを求めよ。

2 n を 5 以上の整数とする。1 枚の硬貨を投げる試行を n 回繰り返すとき、表が出る回数が、ちょうど n 回目の試行で 5 になる確率を p_n とする。次の問に答えよ。

(1) p_6 の値を求めよ。

(2) p_n を n を用いて表せ。

(3) $\frac{p_{n+1}}{p_n}$ を n を用いて表せ。また、 p_n の最大値を求めよ。

3 放物線 $y = x^2$ を C とし、 C 上の点 $P(t, t^2)$ における接線を l とする。次の問に答えよ。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) $0 < t < 6$ のとき、放物線 C 、直線 l と x 軸で囲まれた図形の面積を $S_1(t)$ とし、放物線 C 、直線 l と直線 $x = 6$ で囲まれた図形の面積を $S_2(t)$ とする。 $S_1(t) + S_2(t)$ を $S(t)$ とおくとき、 $S(t)$ を t を用いて表せ。
- (3) 点 $P(t, t^2)$ が $2 \leq t \leq 5$ を満たしながら放物線 C 上を動くとき、(2) の $S(t)$ の最大値と最小値を求めよ。

4 a, b を整数とし、整式 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ を $P(x)$ とおく。次の問に答えよ。

(1) $P(x)$ が、整数 n と定数 p, q により

$$P(x) = (x - n)(x^2 + px + q)$$

と表されるとき、 p と q は整数であることを示せ。さらに、 n は 2 の約数であることを示せ。

(2) 方程式 $P(x) = 0$ が異なる 3 つの整数解をもつような a, b の組 (a, b) を求めよ。

(3) 方程式 $P(x) = 0$ が整数解と実数でない解をもつような a, b の組 (a, b) の個数を求めよ。