本 2022

後期日程

令和４年度入学試験問題（後期日程）

数　　学

（農学部）

―――――― 解答上の注意事項 ――――――

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子１冊および解答紙４枚がある。解答紙は１枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで４問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は，できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は，表面の右下に「裏面に続く」と書き，解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙４枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 座標平面上において，原点 $\mathrm{O}(0,0)$ を中心とする半径 2 の円を C とし，点 $\mathrm{P}_1(1,0)$，$\mathrm{P}_2(-1,0)$ を中心とする半径 1 の円をそれぞれ C_1，C_2 とする。さらに，円 C_3 は C に内接して，C_1 と C_2 に外接し，C_3 の中心を P_3 とするとき，その y 座標が正であるとする。次の問に答えよ。

(1) 円 C_3 の半径を r とする。$\triangle \mathrm{OP}_1\mathrm{P}_3$ が直角三角形になることを用いて，r の値を求めよ。

(2) 円 C_4 は C に内接して，C_1 と C_3 に外接し，さらに C_4 の中心の x 座標が正であるとする。C_4 の中心を P_4 とし，$\angle \mathrm{P}_1\mathrm{OP}_4$ を α，$\angle \mathrm{P}_3\mathrm{OP}_4$ を β とおく。C_4 の半径を s とするとき，$\cos\alpha$ と $\cos\beta$ を s を用いて表せ。

(3) (2) の α，β，s について，$\cos^2\alpha + \cos^2\beta$ と s の値を求めよ。

$\boxed{2}$　a を 1 以上 9 以下の整数とする。箱の中に

20 ポイントのくじ 2 本

10 ポイントのくじ a 本

5 ポイントのくじ 8 本

0 ポイントのくじ $(10-a)$ 本

の合計 20 本のくじを入れてよくかき混ぜる。この箱の中から同時に引いた 2 本のくじのポイントの和を獲得ポイントとするとき，次の問に答えよ。

(1) $a=5$ のとき，獲得ポイントが正である確率を求めよ。

(2) $a=5$ とする。獲得ポイントが 20 であったとき，引いたくじの中に 10 ポイントのくじが含まれている確率を求めよ。

(3) a を 1 以上 9 以下の整数とするとき，獲得ポイントが 20 である確率を a を用いて表せ。さらに，この確率が最小となる a の値をすべて求めよ。

$\boxed{3}$ 次の問に答えよ。

(1) 一般項が $S_n = 2^n\, n$ で表される数列 $\{S_n\}$ について

$$S_{n+1} - S_n = 2^n\, P_1(n) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

を満たす整式 $P_1(x)$ を求めよ。

また，この $P_1(x)$ について

$$\sum_{k=1}^{n} 2^k\, P_1(k) = 2^n\, P_2(n) + a \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

を満たす整式 $P_2(x)$ と定数 a の値を求めよ。

(2)

$$\sum_{k=1}^{n} 2^k\, k = 2^n\, Q(n) + b \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

を満たす整式 $Q(x)$ と定数 b の値を求めよ。

(3) 一般項が $T_n = 2^n\, n^2$ で表される数列 $\{T_n\}$ について

$$T_{n+1} - T_n = 2^n\, R_1(n) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

を満たす整式 $R_1(x)$ を求めよ。

さらに

$$\sum_{k=1}^{n} 2^k\, k^2 = 2^n\, R_2(n) + c \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

を満たす整式 $R_2(x)$ と定数 c の値を求めよ。

$\boxed{4}$　関数 x^2-3x の不定積分の 1 つを $f(x)$ とし，関数 $g(t)$ を

$$g(t)=f(3t+3)-f(t)$$

で定める。次の問に答えよ。

(1) $g(t)$ を t の整式として表せ。

(2) 関数 $g(t)$ の増減を調べ，極値を与える t の値を求めよ。

(3) 方程式 $g(t)=0$ のすべての実数解を求めよ。