前期日程

令和2年度入学試験問題（前期日程）

数　　学

（医学部）

―――――― 解答上の注意事項 ――――――

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答は，できるだけ解答紙の表面にすべて書くこと。やむを得ず解答紙の裏面を使う場合は，表面の右下に「裏面に続く」と書き，解答の続きを裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$　ある病原菌の検査試薬は，その病原菌に感染している個体に対し誤って陰性反応を示す確率が $\dfrac{3}{100}$ であり，感染していない個体に対し誤って陽性反応を示す確率が $\dfrac{1}{100}$ である。ある集団にこの試薬で病原菌の検査を行い，全体の 4 ％が陽性反応を示したとき，次の問に答えよ。

(1) 病原菌に感染している個体が陽性反応を示す確率を求めよ。

(2) この集団から 1 つの個体を取り出すとき，その個体が病原菌に感染している確率を求めよ。

(3) この集団の中で陽性反応を示した個体が，実際は病原菌に感染していない確率を求めよ。

$\boxed{2}$ 次の問に答えよ。

(1) p，q を正の実数とし，正の実数 α，β が

$$\alpha - \beta = q, \quad \alpha\beta = \left(\frac{p}{3}\right)^3$$

を満たすとする。このとき，$\sqrt[3]{\alpha} - \sqrt[3]{\beta}$ は，方程式

$$x^3 + px - q = 0$$

の解であることを示せ。

(2) 3 次方程式 $x^3 + 6x - 2 = 0$ は，ただ 1 つの実数解をもつ。この実数解を求めよ。ただし，ただ 1 つの実数解をもつことは証明しなくてよい。

(3) 実数

$$\sqrt[3]{1 + \sqrt{\frac{28}{27}}} - \sqrt[3]{-1 + \sqrt{\frac{28}{27}}}$$

は有理数である。この有理数の値を求めよ。

$\boxed{3}$ $0 < t < 2$ とする。$f(x) = x(3-x)$，$g(x) = 2x(x-2)$ とおく。曲線 $y = f(x)$ $(0 \leqq x \leqq t)$ と直線 $x = t$ および x 軸で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を $V_1(t)$ とする。曲線 $y = g(x)$ $(t \leqq x \leqq 2)$ と直線 $x = t$ および x 軸で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を $V_2(t)$ とする。$V(t) = V_1(t) + V_2(t)$ とおくとき，次の問に答えよ。

(1) $V_1(t)$ を t を用いて表せ。

(2) $V_2(t)$ を t を用いて表せ。

(3) $0 < t < 2$ における $V(t)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

$\boxed{4}$ 自然数 n に対して，

$$a_n = \left(\frac{2}{\pi}\right)^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x \, dx, \quad b_n = \left(\frac{2}{\pi}\right)^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x \, dx$$

とおくとき，次の問に答えよ。

(1) a_1 および b_1 を求めよ。

(2) $n \geqq 2$ のとき，a_n を n，b_{n-1} を用いて表せ。また，b_n を n，a_{n-1} を用いて表せ。

(3) 極限 $\lim_{n\to\infty} na_n$ および $\lim_{n\to\infty} n^2 b_n$ を求めよ。