

前期日程

平成 31 年度入学試験問題（前期日程）

数 学

（医学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 10本のくじの中に、当たりくじが t 本、はずれくじが $(10-t)$ 本入っているものとする。この中からくじを3本続けて引くとき、次の問に答えよ。ただし、 $0 \leq t \leq 10$ とし、引いたくじは戻さないものとする。

(1) 当たりくじがちょうど1本である確率を t を用いて表せ。

(2) 当たりくじが1本以下である確率を $P(t)$ とすると、 $P(t) \leq \frac{1}{2}$ をみたす t をすべて求めよ。

2 $a > 1$ とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 曲線 $y = a \sin x + \frac{a}{a-1} \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$), x 軸, 2 直線 $x = 0$, $x = \pi$ で囲まれた部分を, x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を a を用いて表せ。

(2) $a > 1$ における, (1) の V の最小値とそのときの a の値を求めよ。

3 i を虚数単位とし, $\theta = \frac{2}{7}\pi$, $\alpha = \cos \theta + i \sin \theta$ とする。また,

$$f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 4x - 1$$

とするとき, 次の問に答えよ。

(1) $\alpha^7 = 1$ および $\sum_{k=0}^6 \alpha^k = 0$ を示せ。

(2) $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 2 \cos \theta$ を示せ。これと (1) を用いて, $f(\cos \theta) = 0$ を示せ。

(3) $\cos 2\theta$, $\cos 3\theta$ が, 方程式 $f(x) = 0$ の解となることを示せ。

4 n, m を 0 以上の整数とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 自然数 x, y に対して、 $x^2 + y^2$ が 3 の倍数ならば、 x, y はともに 3 の倍数であることを示せ。

(2) $x^2 + y^2 = 5 \cdot 3^{2n}$ をみたす自然数の組 (x, y) は

$$(3^n, 2 \cdot 3^n), \quad (2 \cdot 3^n, 3^n)$$

のみであることを示せ。

(3) $x^2 + y^2 = 7 \cdot 3^m$ をみたす自然数 x, y は存在しないことを示せ。