

前期日程

平成 31 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（医学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 10本のくじの中に、当たりくじが $t$ 本、はずれくじが $(10-t)$ 本入っているものとする。この中からくじを3本続けて引くとき、次の問に答えよ。ただし、 $0 \leq t \leq 10$ とし、引いたくじは戻さないものとする。

(1) 当たりくじがちょうど1本である確率を $t$ を用いて表せ。

(2) 当たりくじが1本以下である確率を $P(t)$ とするとき、 $P(t) \leq \frac{1}{2}$ をみたす $t$ をすべて求めよ。

2  $a > 1$  とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 曲線  $y = a \sin x + \frac{a}{a-1} \cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ),  $x$  軸, 2 直線  $x = 0$ ,  $x = \pi$  で囲まれた部分を,  $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を  $a$  を用いて表せ。

(2)  $a > 1$  における, (1) の  $V$  の最小値とそのときの  $a$  の値を求めよ。

3  $i$  を虚数単位とし、 $\theta = \frac{2}{7}\pi$ 、 $\alpha = \cos \theta + i \sin \theta$  とする。また、

$$f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 4x - 1$$

とするとき、次の問に答えよ。

(1)  $\alpha^7 = 1$  および  $\sum_{k=0}^6 \alpha^k = 0$  を示せ。

(2)  $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 2 \cos \theta$  を示せ。これと (1) を用いて、 $f(\cos \theta) = 0$  を示せ。

(3)  $\cos 2\theta$ 、 $\cos 3\theta$  が、方程式  $f(x) = 0$  の解となることを示せ。

4  $n, m$  を 0 以上の整数とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 自然数  $x, y$  に対して、 $x^2 + y^2$  が 3 の倍数ならば、 $x, y$  はともに 3 の倍数であることを示せ。

(2)  $x^2 + y^2 = 5 \cdot 3^{2n}$  をみたす自然数の組  $(x, y)$  は

$$(3^n, 2 \cdot 3^n), \quad (2 \cdot 3^n, 3^n)$$

のみであることを示せ。

(3)  $x^2 + y^2 = 7 \cdot 3^m$  をみたす自然数  $x, y$  は存在しないことを示せ。