

前期日程

平成 31 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（農学部）

————— 解答上の注意事項 —————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は 1 から 4 まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は、続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

1 10本のくじの中に、当たりくじが $t$ 本、はずれくじが $(10-t)$ 本入っているものとする。この中からくじを3本続けて引くとき、次の問に答えよ。ただし、 $0 \leq t \leq 10$ とし、引いたくじは戻さないものとする。

- (1) 当たりくじがちょうど1本である確率を $t$ を用いて表せ。
- (2) 当たりくじが1本以下である確率 $P(t)$ を $t$ を用いて表せ。
- (3) (2)の $P(t)$ に対して、 $P(t) \leq \frac{1}{2}$ をみたす $t$ をすべて求めよ。

2 座標空間の原点を  $O$  とし, 4つの点

$$A(1, 0, -1), B(0, 1, 1), C(1, 1, 1), D\left(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

をとり,  $\triangle OAB$  の面積を  $\alpha$  とする。このとき, 次の問に答えよ。

(1)  $\alpha$  の値を求めよ。

(2) 3点  $O, A, B$  の定める平面に, 点  $C$  から垂線  $CP$  を下ろす。

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

の形に表すとき,  $s$  と  $t$  の値を求め,  $\overrightarrow{CP}$  を成分で表せ。

(3) (2) で求めた  $\overrightarrow{CP}$  に対して, 点  $E$  は,  $\overrightarrow{OE} = k\overrightarrow{CP}$  ( $k > 0$ ) と表され,  $|\overrightarrow{OE}| = \alpha$  をみたすとする。  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とするとき,  $\overrightarrow{OG} \perp \overrightarrow{DE}$  を示せ。

3  $a$  を実数とし,  $t = \sin x + \cos x$  とする。このとき, 次の問に答えよ。

(1)  $\sin 2x$  を  $t$  を用いて表せ。

(2)  $x$  がすべての実数を動くとき,  $t$  の動く範囲を求めよ。

(3)  $x$  の方程式

$$\sin 2x - 2\sqrt{2}a(\sin x + \cos x) + 6a + 1 = 0$$

が実数解をもつような  $a$  の範囲を求めよ。

4  $a$  を正の実数とする。  $C$  を放物線  $y = x^2$  とし、  $l$  を直線  $y = 2ax - a^3$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $C$  と  $l$  が異なる 2 点で交わる時、  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2) (1) のとき、  $C$  と  $l$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とする。  $S$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3) (2) の  $S$  の最大値とそのときの  $a$  の値を求めよ。