後期日程

平成31年度入学試験問題（後期日程）

数　　学

（農学部）

―――――― 解答上の注意事項 ――――――

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は，続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 一辺の長さが1の正四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とする。また，辺OA，OBを $t : (1-t)$ に内分する点をそれぞれP，Qとし，辺BC，ACを $s : (1-s)$ に内分する点をそれぞれL，Mとする。ただし，s と t は，それぞれ $0 < s < 1$ および $0 < t < 1$ をみたす実数とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OL}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，s，t を用いて表せ。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{PL}}\right|^2$ を s，t を用いて表せ。

(3) $\left|\overrightarrow{\mathrm{PL}}\right|^2$ の最小値とそのときの s，t の値を求めよ。さらに，このとき四角形PQLMが正方形となることを示せ。

$\boxed{2}$ $a_1=1$，$a_2=13$，および

$$a_{n+2}=a_{n+1}+6a_n \ (n=1, 2, 3, \cdots)$$

で定まる自然数の数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ。

(1) 等式

$$a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)$$

をみたす数の組 (α, β) を 2 つ求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) すべての自然数 n に対して，a_{3n} は a_n で割り切れることを示せ。

$\boxed{3}$ 実数を係数とする 0 でない整式 $f(x)$，$g(x)$ に対して，

$$F(x) = (f(x) + g(x))^3 + (f(x) - g(x))^3$$

とおく。このとき，次の問に答えよ。

(1) $F(x)$ は $f(x)$ で割り切れることを示せ。

(2) 実数 α に対して，$F(x)$ は $(x-\alpha)^2$ で割り切れ，$(x-\alpha)^3$ では割り切れないとする。このとき，$f(x)$ は $(x-\alpha)^2$ で割り切れることを示せ。

$\boxed{4}$　関数 $y = |x^2 - 1|$ のグラフを C とする。t が $\dfrac{1}{4} \leqq t \leqq 1$ をみたすとき，曲線 C の $t \leqq x \leqq 2t$ をみたす部分，x 軸，2 直線 $x = t$，$x = 2t$ で囲まれた図形の面積を $S(t)$ とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $\dfrac{1}{4} \leqq t \leqq \dfrac{1}{2}$ のとき，$S(t)$ を t を用いて表せ。

(2) $\dfrac{1}{2} \leqq t \leqq 1$ のとき，$S(t)$ を t を用いて表せ。

(3) $\dfrac{1}{4} \leqq t \leqq 1$ のとき，$S(t)$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの t の値をそれぞれ求めよ。