前期日程

平成３０年度入学試験（前期日程）

物　理

（　理　工　学　部　）

解答上の注意事項

1. 「解答始め」の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子は全部で８ページあります。落丁，乱丁又は印刷不鮮明の箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答紙４枚と計算紙１枚は，糊付けされています。「解答始め」の合図があったら，初めにすべての用紙を丁寧に切り離しなさい。上手に切り離せない場合や誤って破いてしまった場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで４問あります。解答のみを，解答紙の指定された箇所に記入しなさい。
5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙４枚すべてを提出しなさい。
6. 試験終了後，問題冊子と計算紙は持ち帰りなさい。

1　図1のような，中心軸と角度 α をなす直線を中心軸の周りに回転させた円錐面がある。この円錐面の中心軸は鉛直方向に一致し，頂点は下を向いている。この円錐面の上を質量 m の小球が，高さ一定の面内で円運動している。円運動の中心と小球の距離は r で，小球の角速度は ω である。重力加速度の大きさを g とし，小球と円錐面の間の摩擦や空気抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

(1)　小球が円錐面から受ける垂直抗力の大きさを N とし，小球にはたらく力の鉛直方向のつりあいの式を書け。

(2)　小球と円運動の中心を結ぶ方向での，小球の運動方程式を書け。

(3)　(1) と (2) の結果から N を消去し，ω を r，g，α を用いて表せ。

(4)　(3) の結果を用いて，小球の力学的エネルギーを r，m，g，α を用いて表せ。このとき，位置エネルギーの基準点（位置エネルギーが0になる点）を円錐面の頂点とせよ。

次に，円錐面の代わりに，図2のような，曲線 $y = cx^n$ の $x > 0$ の領域を y 軸の周りに回転した面を考える。上と同様に，その面上を小球が円運動している。ただし，c と n は正の定数とする。また，曲線 $y = cx^n$ 上の各点における接線の傾きは cnx^{n-1} で与えられる。

(5)　角速度 ω を円運動の中心からの距離 r，および n，c，g を用いて表せ。

(6)　ω が r によらず一定となる n の値を求めよ。

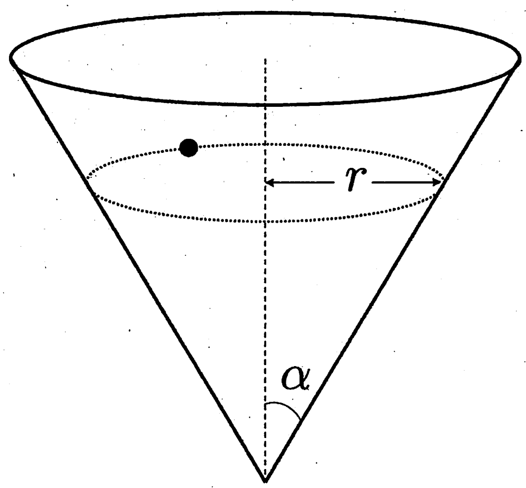


図 1

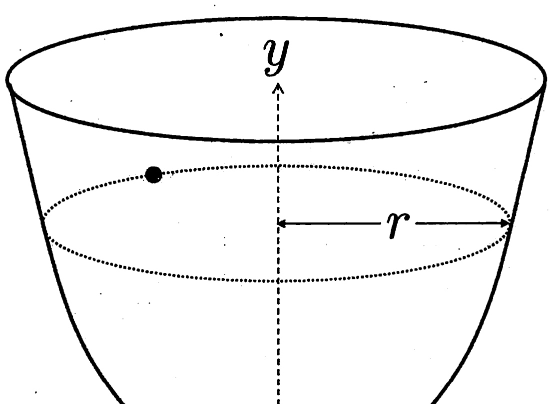


図 2

2 物質量 n の単原子分子理想気体の状態を，図 1 の圧力 p と体積 V のグラフ（$p-V$ 図）に示すように，A → B → C → D → A と変化させた。状態変化 A → B は等圧変化，状態変化 B → C は等温変化，状態変化 C → D は等積変化，状態変化 D → A は断熱変化である。状態 A の絶対温度を T_1，状態 B と C の絶対温度を T_2，状態 D の絶対温度を T_3 とする。気体定数を R として，以下の問いに答えよ。

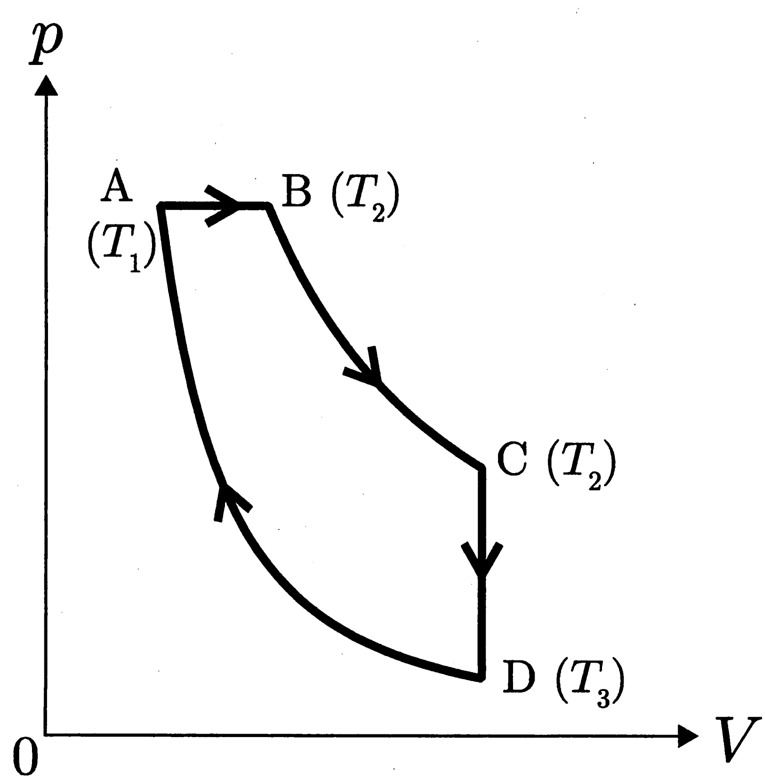


図 1

(1)　状態変化 A → B において，気体の内部エネルギーの増加量を求めよ。

(2)　状態変化 A → B において，気体が外部にした仕事を求めよ。

(3)　状態変化 A → B において，気体が吸収した熱量を求めよ。

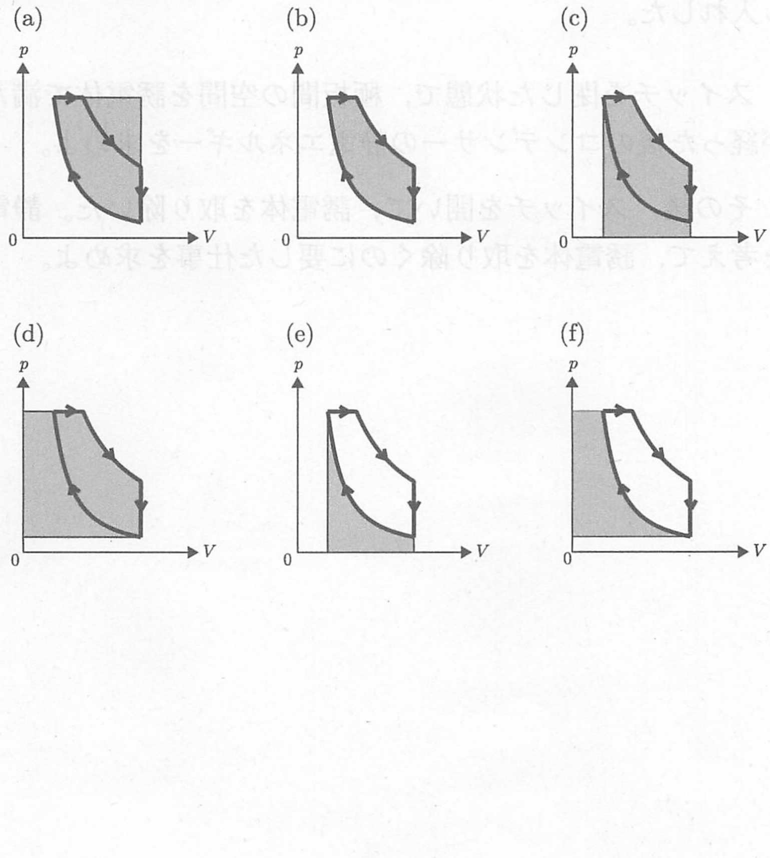
(4)　T_1，T_2，T_3 の大小関係を正しく示したものを以下の選択肢から選び，記号 (a)~(f) で答えよ。

(a) $T_1 < T_2 < T_3$　　(b) $T_1 < T_3 < T_2$　　(c) $T_2 < T_1 < T_3$

(d) $T_2 < T_3 < T_1$　　(e) $T_3 < T_1 < T_2$　　(f) $T_3 < T_2 < T_1$

(5)　状態変化 D → A において，気体が外部からされた仕事を求めよ。

(6)　A → B → C → D → A の 1 サイクルで，気体が吸収した正味の熱量（吸収した全熱量から放出した全熱量を差し引いたもの）は，$p-V$ 図のある部分の面積と等しくなる。以下の (a)~(f) では，図 1 に示した $p-V$ 図の一部を灰色で塗りつぶしている。(a)~(f) の灰色で示した部分の中で，上記の熱量に相当するものを選択せよ。



3 平行板コンデンサーの電気容量は $\frac{\varepsilon S}{d}$ と表される。ここで S は極板の面積，d は極板の間隔，ε は極板間の物質の誘電率である。ただし，極板は十分に広く，端部の影響は無視できるものとする。

極板間を真空にして，図のようにスイッチを閉じて充電したところ，極板上には一様に電荷が分布した。このときの単位面積あたりの電気量は σ であった。真空の誘電率を ε_0 として，以下の問いに答えよ。

(1) 極板間の電場の大きさを求めよ。

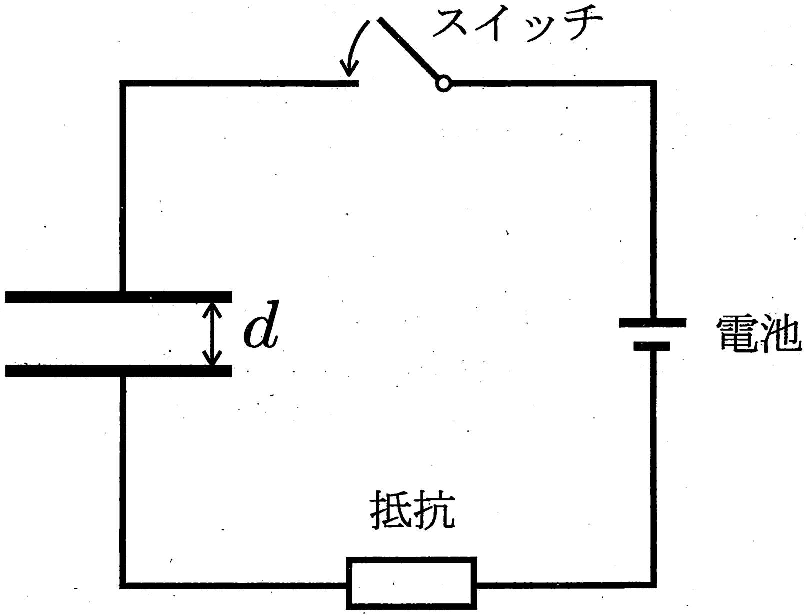
(2) コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーを求めよ。

(3) スイッチを閉じたまま，極板間の距離を d から $d+a$ $(a>0)$ に広げた。このとき，正に帯電した極板上の電気量を求めよ。ただし，このときも端部の影響は無視できるものとする。

極板の間隔を d に固定した状態で，以下の条件で極板間に誘電率 ε の誘電体を出し入れした。

(4) スイッチを閉じた状態で，極板間の空間を誘電体で満たした。十分に時間が経った後のコンデンサーの静電エネルギーを求めよ。

(5) その後，スイッチを開いて，誘電体を取り除いた。静電エネルギーの変化を考えて，誘電体を取り除くのに要した仕事を求めよ。


スイッチ
d
電池
抵抗

4　原子核の崩壊に関する以下の問いに答えよ。

(1)　以下の反応はそれぞれ α 崩壊，β 崩壊による原子核の崩壊を表している。

$${}^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} + \boxed{\text{(i)}}$$

$${}^{210}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} + \boxed{\text{(ii)}} + \bar{\nu}$$　($\bar{\nu}$は反ニュートリノを表す。)

空欄 $\boxed{\text{(i)}}$ ，$\boxed{\text{(ii)}}$ に当てはまるものを，以下の選択肢の中からそれぞれ一つ選び，記号 (ア)〜(カ) で答えよ。

(ア) ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$　(イ) ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$　(ウ) e^-　(エ) e^+　(オ) ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$　(カ) ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$

(2)　原子番号 Z，質量数 A の原子核が α 崩壊を m 回，β 崩壊を n 回することにより安定な原子核になった。この崩壊により最終的に得られた原子核の (i) 原子番号，および (ii) 質量数を，Z, A, m, n のうち必要なものを用いて答えよ。

一定量の原子核が崩壊して他の原子核に変わる際，初めの原子核の数が半分になるまでの時間を半減期という。初めの原子核の数を N_0，半減期を T とすると，時間 t だけ経過したとき，崩壊せずに残っている原子核の数 N は $N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ と表せる。

(3)　ある放射性崩壊する原子核がある。はじめに質量が y [g] であったこの原子核のうち，x 日後に $\frac{y}{16}$ [g] が崩壊せずに残っていた。この原子核の半減期は何日か，x を用いて表せ。

(4)　以下の文章中の数式の空欄 $\boxed{\text{(i)}}$ 〜 $\boxed{\text{(iii)}}$ を埋めよ。

原子核Xが放射性崩壊して安定な原子核Yになるとする。現在，原子核Xと原子核Yの存在比が $1:3$ であるような岩石があり，岩石ができたときには原子核Yは含まれていなかったとすると，この存在比からこの岩石の年齢が推定できる。 ただし，原子核Xの半減期を T_X 年とする。

現在，この岩石中に含まれる原子核Xの数N_Xと原子核Yの数N_Yは，岩石ができたときの原子核Xの数をN_0, 岩石の年齢をt年とすると，それぞれ$N_X = \boxed{\text{(i)}}$，$N_Y = \boxed{\text{(ii)}}$と書ける。これらの2つの式を用いると，この岩石の年齢は$t = \boxed{\text{(iii)}}$年と推定できる。

問　題　訂　正

（科目名）理工学部　前期日程　「物理」

訂正箇所	問４　８ページ
誤	現在，この岩石中に含まれる原子核Ｘの数 N_X と原子核Ｙの数 N_Y は，岩石ができたときの原子核Ｘの数を N_0, 岩石の年齢を t 年とすると，それぞれ $N_X = \boxed{\text{(i)}}$ ，$N_Y = \boxed{\text{(ii)}}$ と書ける。これらの２つの式を用いると，この岩石の年齢は $t = \boxed{\text{(iii)}}$ 年と推定できる。
正	岩石ができてから t 年経過したとき，この岩石中に含まれる原子核Ｘの数 N_X と原子核Ｙの数 N_Y は，岩石ができたときの原子核Ｘの数を N_0 とすると，N_0，t，T_X を用いて，それぞれ $N_X = \boxed{\text{(i)}}$ ，$N_Y = \boxed{\text{(ii)}}$ と書ける。現在のこの岩石の年齢を t_p 年とすると，現在の原子核 X と原子核 Y の存在比から，岩石の年齢は $t_p = \boxed{\text{(iii)}}$ 年と推定できる。