前期日程

平成 30 年度入学試験問題（前期日程）

数　学

（医学部）

―――― 解答上の注意事項 ――――

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子 1 冊および解答紙 4 枚がある。解答紙は 1 枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は，続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 次の問に答えよ。

(1) 1，4，9，16 のように，自然数の 2 乗で表せる数を平方数という。n を平方数でない自然数とするとき，$\sqrt{n}$ は無理数であることを示せ。

(2) a，b を正の有理数，n を自然数とするとき，$a\sqrt{n}+b\sqrt{n+1}$ は無理数であることを示せ。

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)$ は $x=0$ で微分可能であり，すべての実数 x, y について等式

$$f(x+y) = f(x)\cos y + f(y)\cos x$$

が成り立つとする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $f(0)$ を求めよ。

(2) a を実数とする。$f(x)$ は $x=a$ で微分可能であることを示せ。

(3) $f'(0)=3$ であるとする。$f'(x)$ および $f(x)$ を求めよ。

$\boxed{3}$ $f(x)=xe^{-x}$ とする。O$(0,0)$，P$(t,0)$，Q$(t,f(t))$，R$(4,0)$ とする。ただし，$0<t<4$ とする。$\triangle$PQR の面積を $S_1(t)$ とし，線分 OQ と曲線 $y=f(x)$ で囲まれた図形の面積を $S_2(t)$ とする。$S(t)=S_1(t)+S_2(t)$ とおく。このとき，次の問に答えよ。

(1) 曲線 $y=f(x)$ の概形をかけ。ただし，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=0$ は用いてよい。

(2) $S_1(t)$ を t を用いて表せ。

(3) $S_2(t)$ を t を用いて表せ。

(4) $S(t)$ の極値を求めよ。

$\boxed{4}$ 曲線 $C\colon y=\log x$ 上の点 $\mathrm{P}(t, \log t)$ をとる。ただし，点 P および原点を通る直線と点 P における曲線 C の接線が垂直に交わっているものとする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $\log t$ を t についての整式で表せ。

(2) $0 < x < 1$ の範囲で不等式

$$2\log x < -x^2 + 4x - 3$$

が成立することを示せ。

(3) $S = \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} t^{2n-1}$ とおく。$S = \dfrac{f(t)}{g(t)}$ となるような t についての整式 $f(t)$，$g(t)$ を一組求めよ。また，$S > 1.1$ となることを示せ。