$\boxed{\text{後期日程}}$

平成30年度入学試験問題（後期日程）

数　　学

（理工学部）

—————— 解答上の注意事項 ——————

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 問題冊子1冊および解答紙4枚がある。解答紙は1枚ずつ切り離して使用すること。
3. 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ まで4問ある。各問の解答は所定の解答紙にのみ記入すること。
4. 解答紙の裏面を使う場合は，続きの解答を裏面の仕切り線の下に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも，解答紙4枚すべてを提出すること。
6. 問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 点 $(0, a)$ を中心とする半径 2 の円 C の周上に 3 点 $\mathrm{P}(s, t)$，$\mathrm{Q}(-s, t)$，$\mathrm{R}(x, y)$ をとる。このとき，次の問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{RP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ の内積を a, t, y を用いて表せ。

(2) $a = 0$，$s \geqq 0$，$t \geqq 0$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ のとき，(1) の内積の最小値とそのときの s, t, x, y の値を求めよ。

(3) $y = a$ のとき，(1) の内積の最大値とそのときの s の値を求めよ。

$\boxed{2}$ k は定数とする。関数

$$f(x) = x^3 - 3kx^2 - 2k^2x$$

が $x = \alpha$ で極大値，$x = \beta$ で極小値をとる。ただし，$-1 < \alpha < 1 < \beta$ とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) k のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) $\beta - \alpha$ を k を用いて表せ。

(3) $f(\alpha) - f(\beta)$ を k を用いて表せ。

$\boxed{3}$　a，b，c は定数とし，

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$$

とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) $f(x)$ が相異なる 2 つの極値をもつための条件を求めよ。

(2) $f(x)$ がただ 1 つの極値として極大値をもつための条件を求めよ。さらに，$f(x)$ が極大値をとる x の値 x_0 を求めよ。

(3) (2) の条件が満たされているとき，2 直線 $y = 0$，$x = x_0$ および曲線 $y = f(x)$ で囲まれる図形の面積 S を求めよ。

$\boxed{4}$ $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{4}$ で定義された 2 曲線 $C_1 : y = \sin x$，$C_2 : y = \cos x$ および $0 \leqq x < \dfrac{\pi}{4}$ で定義された曲線 $C_3 : y = \tan 2x$ について，次の問に答えよ。

(1) C_2 と C_3 の交点の x 座標を a とおくとき，$\sin a$ の値を求めよ。

(2) $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$ において，不等式 $\sin x < \tan 2x$ が成り立つことを示せ。

(3) 3 曲線 C_1，C_2，C_3 で囲まれた図形の面積 S を求めよ。